

ODHAD KREDITNÉHO RIZIKA ÚVEROVÉHO PORTFÓLIA POMOCOU PRECHODOVÝCH MATÍC

Jozef Jackuliak

Abstrakt

Kreditné riziko sa môže charakterizovať ako riziko zmeny kvalitatívnej ratingovej kategórie. Kvantitatívny kontext týchto zmien sa používa ako hlavný vstup pre meranie kreditného rizika ako takého. Zmeny v ratingových kategóriách sú zaznamenávané v prechodových maticiach. Odhad prechodových pravdepodobností sa dá jednoducho vypočítať ako podiel rizikových objektov (ako sú napr. úvery, dlhopisy, atď.), ktoré migrujú z jednej rizikovej kategórie do druhej rizikovej kategórie. Problém nastáva v prípade, že nedisponujeme históriou prechodov medzi jednotlivými ratingmi. V tomto prípade nevieme odhadnúť aký podiel rizikových aktív zmenil svoj rating k horšiemu resp. naopak a musíme použiť alternatívne metódy pre výpočet prechodových pravdepodobností. Predkladaný článok sa venuje odhadu kreditného rizika úverového portfólia finančných inštitúcií pomocou prechodových matíc, ktoré sú odhadnuté metódou proporčných dát. Článok poukazuje na teoretické vymedzenie tejto metódy ako aj aplikáciu výpočtu na dátach prevzatých z komerčného bankovníctva v Spojených štátov.

Abstract

Credit risk can be described as a probability of migration from a rating category to any other. Quantitative context of those transitions is an essential input for a credit's risk assessment. Estimation of these probabilities can be easily calculated as the proportion of risky objects (e.g. loans, bonds, etc.) which migrate from one risky category to another. Problem arises if the individual transitions cannot be observed or are not available to analyst. This paper outlines credit risk estimation using transition matrices which are estimated by methodology of aggregate proportion data. This is an appropriate way of transition estimation in case there is a lack of data on changes in quality.

Kľúčové slová: kreditné riziko, prechodová matica, pravdepodobnosť, nesplácané úvery

Key words: credit risk, transition matrix, probability, nonperforming loans

JEL Code:C10, C13, G17

Úvod

Skúsenosti z nedávnej krízy v bankovom sektore vo viacerých krajinách poukázali na dôležitosť manažmentu kreditných rizík pre zabezpečenie finančnej stability. Porozumenie vývoja resp. zmeny kreditného rizika je preto významný krok pri prevencii pred inštitucionálnom zlyhaním a finančnou krízou. Za posledné roky vzniklo množstvo analýz a literatúry o vývoji trhového rizika, avšak analýza kreditného rizika bola až do spomínanej krízy v úzadí. Modelovanie kreditného rizika je podstatne komplexnejšie ako modelovanie trhového rizika. Na rozdiel od trhových výnosov, výnosy kreditného portfólia sú zväčša asymetrické a rozdelenie výnosov je zošikmené s dlhým negatívnym chvostom. Kreditné udalosti sa na rozdiel od trhových vyskytujú s nižšou frekvenciou a sú ťažšie monitorované z dôvodu nedostatku relevantných dát. Napriek uvedeným ťažkostiam pri modelovaní kreditného rizika vznikli za posledné roky viaceré teórie a aplikácie modelov kreditného rizika.

Cieľom predkladaného článku je modelovanie kreditného rizika úverov finančných inštitúcií pomocou prechodových matic. Finančné inštitúcie, ako napr. banky, si vytvárajú interné ratingové systémy, do ktorých alokujú svoje úverové portfólio. Migrácia kreditných ratingov podkladových aktív poukazuje na vznik a vývoj kreditného rizika pre finančných veriteľov a takisto poukazuje aj na pravdepodobnosť zlyhania dlžníka. Finančné inštitúcie spravujú vo svojom portfóliu úvery rôznej kvality a stretávajú sa so situáciou kedy dlžník nie je schopný splatiť svoje záväzky. Pre svoje fungovanie nevyhnutne potrebujú správne predpovedať kreditné riziko. V tomto príspevku uvádzame metódu vhodnú pre modelovanie kreditného rizika úverových obchodov pomocou prechodových matic, ktoré v sebe zahrňujú pravdepodobnosti zmeny kvality dlžníka v čase. V súčasnosti existuje viacero spôsobov vytvorenia matice prechodových pravdepodobností. Ratingové agentúry ako Standard&Poors, Moody's alebo Fitch disponujú veľkou historickou databázou kreditných zmien a pri odhade pravdepodobností zmeny ratingu vychádzajú z individuálnych prechodových matic. Obyčajne finančná inštitúcia nedisponuje s takými individuálnymi prechodovými maticami aké majú k dispozícii ratingové agentúry, a preto môže pre vytvorenie svojej prechodovej matice použiť nami opisovanú metódu agregovaných proporčných dát.

Článok pozostáva z troch hlavných kapitol. V prvej kapitole sa venujeme odhadu prechodových pravdepodobností na základe pozorovaní v priebehu času. Druhá a tretia kapitola sa zameriava na odhad pravdepodobností prechodových matic na základe proporčných dát s praktickou aplikáciou na vybraných dátach.

1 Prechodové matice vytvorené na základe pozorovaní v priebehu času

Prechodové matice poukazujú na zmenu kvality vyjadrenú kreditným ratingom na princípe Markovových reťazoch. Model Markovových prechodových pravdepodobnosti definuje súbor kvalitatívne diskretných oblastí, do ktorých sú jednotlivé pozorované objekty (finančné inštitúcie, úvery, a pod.) klasifikované. Nech prechodová matica $P = [p_{ij}]$ typu $R \times R$ poukazuje na pravdepodobnosť zotrvania resp. pravdepodobnosti zmeny kreditnej kvality do ostatných $R-1$ ratingov počas sledovaného obdobia. Jednotlivé zložky prechodovej matice p_{ij} hovoria o pravdepodobnosti kreditného ratingu rovnajúceho sa i v čase $t-1$ a ratingu j v čase t [Lee, Judge a Zellner, 1970].

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1R} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{R1} & p_{R2} & \cdots & p_{RR} \end{bmatrix} \quad (1)$$

V prípade, že existujú dáta pre individuálne zmeny ratingov a vieme aký rating mala skupina dlžníkov na začiatku roka a aký rating na konci sledovaného obdobia, potom pravdepodobnosť zmeny počiatočného ratingu do ostatných ratingov sa vypočíta nasledovne:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}} \quad (2)$$

kde: p_{ij} charakterizuje pravdepodobnosť zmeny ratingu i v čase $t-1$ do ratingu j v čase t a n_{ij} charakterizuje počet dlžníkov, ktorí mali v čase $t-1$ rating i a v čase t rating j

Teda pravdepodobnosť prechodu zo stavu i do stavu j je vyjadrená pomerom dlžníkov, ktorí na začiatku obdobia mali rating i a na konci rating j a počtom všetkých dlžníkov, ktorí mali na začiatku obdobia rating i . Tento spôsob, ako sme už uviedli v úvode, je charakteristický pre spoločnosti, ktoré disponujú historicky dlhou databázou individuálnych prechodových matíc.

2 Prechodové matice vytvorené pomocou agregovaných proporčných dát.

V prípade, že nemáme k dispozícii dáta pre individuálne prechodové matice, tak pre odhad prechodových matíc môžeme použiť agregované proporčné dáta. Podstatou tejto metódy je rozdelenie jednotlivých aktív do vymedzených ratingových kategórií za určité obdobie. Predpokladajme, že namiesto pozorovaní o aktuálnom počte zmien kreditných ratingov máme k dispozícii agregované počty $y_j(t)$ a $y_i(t-1)$, ktoré charakterizujú podiel aktív s kreditnou kvalitou j v čase t resp. i v čase $t-1$. Na základe toho môžeme definovať vzťah medzi aktuálnou a odhadovanou udalosťou $y_j(t)$ nasledovne [Jones, 2005]:

$$y_j(t) = \sum_i y_i(t-1) p_{ij} + u_j(t) \quad (3)$$

V maticovom tvare, môžeme rovnicu (3) napísať ako:

$$y = Xp + u \quad (4)$$

kde vektor y je charakterizovaný podielmi vybraného ratingu v čase,

$$y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{R-1}]^T = [y_1(1), y_2(2), \dots, y_1(T) \quad y_2(1), y_2(2), \dots, y_2(T) \quad \dots \quad y_{R-1}(1), y_{R-1}(2), \dots, y_{R-1}(T)]^T \quad (5)$$

matica X_j obsahuje jednotlivé vektory ratingov, pre $j = 1, 2, \dots, R-1$,

$$X_j = \begin{bmatrix} y_1(0) & y_2(0) & \dots & y_R(0) \\ y_1(1) & y_2(1) & \dots & y_R(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1(T-1) & y_2(T-1) & \dots & y_R(T-1) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

po úprave dostaneme blokovo diagonálnu maticu X :

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & X_{R-1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Vektor odhadovaných pravdepodobností je zapísaný nasledovne:

$$p = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_{R-1}]^T = [p_{11}, p_{21}, \dots, p_{R1} \quad p_{12}, p_{22}, \dots, p_{R2} \quad p_{1,R-1}, p_{2,R-1}, \dots, p_{R,R-1}]^T \quad (8)$$

a vektor chýb ako:

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{R-1}]^T = [u_1(1), u_2(2), \dots, u_1(T) \quad u_2(1), u_2(2), \dots, u_2(T) \quad u_{R-1}(1), u_{R-1}(2), \dots, u_{R-1}(T)]^T \quad (9)$$

Pre takto zadaný vzťah medzi aktuálnou a odhadovanou udalosťou použijeme metódu najmenších štvorcov (ďalej ako MNS) s lineárnymi obmedzeniami na minimalizovanie súčtu štvorcov chýb v rovnici (3). Nájst' maticu prechodu pravdepodobností bude znamenať, že vyriešime nasledujúci kvadratický problém [Lee, Judge a Zellner, 1970]:

$$\text{Minimalizuj } u^T u = (y - Xp)^T (y - Xp) \quad (10)$$

pričom:

$$\sum_{j=1}^{R-1} p_{ij} \leq 1,$$

$$\sum_{j=1}^{R-1} p_{Rj} = 0,$$

$$p_{ij} \geq 0.$$

3 Aplikácia na reálnych dátach.

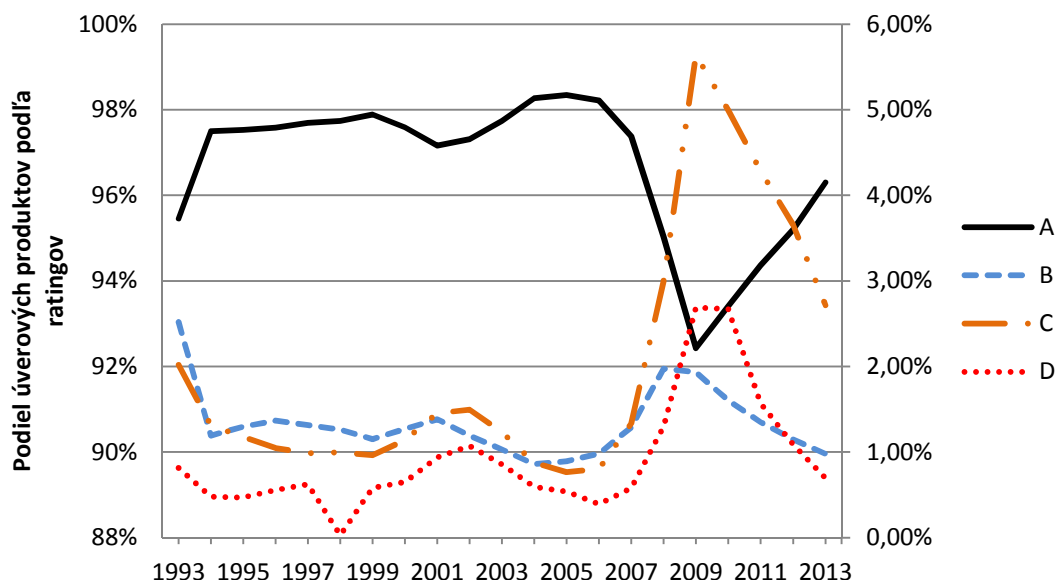
Najväčším problémom pri aplikácii metodológie proporčných dát je výber správnych dát a dostatočná historická dĺžka dát. Pri tvorbe kreditných prechodových matíc je dôležité vybrať dáta pre jeden rovnaký ekonomický resp. kreditný cyklus, aby nami odhadnuté pravdepodobnosti neboli nadmierne ovplyvnené vysokou volatilitou určitého rizikového obdobia. V prípade, že sa ale investor zaujíma o dynamiku kreditného rizika počas ekonomickej recesie, prechodové matice sa vytvárajú aj na základe dát, ktoré súvisia s daným obdobím. V prípade, že disponujeme dátami za krátke obdobie, môže sa stať, že naše dáta nebudú v sebe zahŕňať celkovú historickú volatilitu ekonomického cyklu, resp. v našej vzorke sa vyskytujú dáta, ktoré sa z dôvodu zmeny politického riadenia ekonomiky výrazne odlišujú.

Naše dáta, pre ktoré sme aplikovali techniku výpočtu kreditných prechodových matíc, sme čerpali z inštitúcie FederalDepositInsuranceCorporation, FDIC (2014)¹. Dáta z tejto inštitúcie pokrývajú všetky úverové produkty komerčného bankovníctva v Spojených Štátoch, ktoré sú v nej poistené. Za obdobie 1993 až 2013² sme získali informácie o objemoch nesplácaných úveroch rozdelených podľa dĺžky po splatnosti do viacerých kategórií ako aj výšku objemov už odpísaných úverov. Získané informácie sme následne rozdelili do nasledujúcich kvalitatívnych kategórií:

- úverové obchody bez omeškania
- úverové obchody s omeškaním 30 do 89 dní
- úverové obchody s omeškaním 90 a viac dní + neakruálne úvery³
- odpísané úverové obchody.

Jednotlivým kategóriám sme pridelili ratingy A, B, C a D. Rating A predstavuje všetky úvery bez omeškania splácania, B s omeškaním splácania od 30 do 89 dní, C s omeškaním splácania 90 a viac dní a rating D predstavuje kumulované odpísané úvery. Ďalej sme vypočítali podiely kategórií voči celkovému objemu úverov. Po prepočítaní sme získali v čase sa meniace proporcie pre jednotlivé roky uvedené v Obr. 1.⁴

Obr. 1 Proporčné rozdelenie dát podľa kreditných ratingov



¹Dáta pre slovenskú finančnú inštitúciu sa nám z dôvodu citlivých údajov nepodarilo získať.

²Dáta sú vybrané s ročnou frekvenciou vždy k dátum 31.12. príslušného roka.

³Neakruálne úvery sú úvery, ktoré negenerujú pravidelnú platbu úrokov a istiny z dôvodu finančných ťažkostí dlžníka. Keď dlžník obnoví svoje platby splátka sa najprv použije na splatenie dlžnej istiny a až potom na dlžné úroky.

⁴Zvislá os na ľavej strane grafu zobrazuje podiel ratingu A. Zvislá os na pravej strane grafu zobrazuje podiely ratingov B,C,D.

Zdroj :vlastné spracovanie

Na tieto dáta sme aplikovali kvadratický problém definovaný vzťahom (10). Odhad jednotlivých prechodových pravdepodobností sme získali pomocou systému Wolfram Mathematica v 10.0.1. a následne sme vytvorili prechodovú maticu (Tabuľka 1).

Tab.1: Odhadovaná prechodová matica za obdobie 1993 - 2013

		do ratingu			
		A	B	C	D
z ratingu	A	0.9999	0.0001	0.0000	0.0000
	B	0.0092	0.9903	0.0005	0.0000
	C	0.0000	0.0012	0.9987	0.0001
	D	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000

Zdroj :vlastné spracovanie

Na odhadnutej prechodovej matici vidíme, že v prípade všetkých kategórii najväčšiu percentuálnu váhu má pravdepodobnosť zotrvania úveru vo svojej kategórii. V prípade odpísaných úverov je pravdepodobnosť prechodu do iných kategórií nulová a naopak pravdepodobnosť zotrvania vo svojej kategórii sa rovná 100 %. Tento stav vyplýva z toho, že úver, ktorý je už odpísaný sa v priebehu času nemôže zmeniť na aktívny obchod. V prípade ostatných ratingov nie je pravdepodobnosť zotrvania vo svojom ratingu rovná sto percent, a preto existuje riziko zníženia resp. zvýšenia kreditnej kvality úveru.

Takto odhadnutá prechodová matica je zdrojom pre výpočet kreditného rizika úverového portfólia pre definovaný horizont. Vypočítané prechodové pravdepodobnosti môže finančná inštitúcia použiť pre výpočet ekonomických kapitálových požiadaviek pre svoje neočakávané budúce straty.

Záver

V predkladanom článku sme uviedli metódu modelovania kreditného rizika úverov finančných inštitúcií pomocou metódy prechodových matic. Na základe definovaného kvadratického problému sme odhadli prechodové pravdepodobnosti, z ktorých sme pre vybrané dáta vytvorili aktuálnu prechodovú maticu. Nami odhadnutá prechodová matica poukazovala na nestabilitu kvality jednotlivých úverov a možnosti zhoršenia kredibility úverov v podobe zmeny ratingu. Odhadnutá prechodová matica slúži ako podklad pre finančné inštitúcie pre výpočet kapitálových požiadaviek pre neočakávané budúce straty.

Odhady, ktoré sme získali pomocou metódy MNŠ sú v čase konzistentné, avšak MacRae (1977) odporúča pre dosiahnutie ešte presnejších pravdepodobností výpočet podmienenej kovariančnej matice. Táto kovariančná matica je následne využitá pre odhad ďalších prechodových matíc. Tento proces je opakovaný až do stavu konvergenzie, kde výsledná matica zachytáva celkovú kovarianciu v rámci vybraných kvalitatívnych ratingov. Metóda, ktorú sme v príspevku prezentovali je základnou metódou pre odhad kreditného rizika úverových portfólií finančných inštitúcií. Presnejšie odhady prechodových matíc budú predmetom nášho ďalšieho výskumu.

LEE, T. C., JUDGE, G. G., and ZELLNER A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model From Aggregate Time Series Data* (Amsterdam: North Holland) (1970)

JONES, M. T.: *Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk*. IMF working paper (2005)

CHRISTODOULAKIS, G., A.: *Markovian Credit Risk Transition Probabilities under Non-Negativity Constraints*. Manchester Business School, Accounting & Finance Group (2006)

MACREA, ELIZABETH, CH.: *Estimation of Time-Varying Markov Processes with Aggregate Data*. *Econometrica*. Vol. 45, issue 1 (January), (1977) pp. 183–98.

BOHDALOVÁ, M., GREGUŠ, M.: *The identification of key market risk factors for a portfolio of EU bonds*. Global business and economics anthology, Vol. 2, Iss. 2 (2011), s. 470-477

BOHDALOVÁ, M., GREGUŠ, M.: *VaR analýza EU štátnych dlhopisov s využitím PCA Monte Carlo simulácie = EU Government bonds VaR analysis with PCA Monte Carlo simulation*. Forum statisticum Slovacum, Roč. 8, č. 1 (2012), s. 68-74

BOHDALOVÁ, M.: *A comparison of value-at-risk methods for measurement of the financial risk*. In: The Proceedings of E-Leader - New York : CASA, 2007. - nestr. [6 s.], E-Leader conference. Praha, 11.-13.6.2007

BOHDALOVÁ, M.: *Štatistické metódy vo finančných službách* [Dizertačná práca] - Univerzita Komenského v Bratislave., Fakulta Managementu, Katedra informačných systémov. - Školitelia: doc. RNDr. Oľga Nánášiová, Csc., doc. RNDr. Michal Greguš, PhD. - Bratislava (2006)

FEDERAL DEPOSIT INSURANCE CORPORATION, 2014. *FDIC*: [online]. [vid. 25. 9. 2014]. Dostupné z: <http://www2.fdic.gov/SDI/SOB/> (2014).

Kontakt

Mgr. Jozef Jackuliak

ComeniusUniversity in Bratislava –FacultyofManagement

Odbojárov 10, P.O.Box 95 820 05 Bratislava

jozef.jackuliak@fm.uniba.sk